Решение системы линейных уравнений с двумя неизвестными методом подстановки

Рассмотрим примеры решения системы методом подстановки

Пример 1 Дана система уравнений

$$\begin{cases} 3x - y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 23. & (2) \end{cases}$$

Из (1) уравнения переменную y выразим через x: y = 3x- - 5 , то получим систему равносильную данной

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2y = 23. \end{cases}$$

значение y подставим в (2)- уравнение $5x + 2(3x - 5) = 23$. Тогда получим систему, равносильную данной:

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2(3x - 5) = 23. \end{cases}$$

После решения последней системы получим

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 6x - 10 = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 11x = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x = 33 : 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \cdot 3 - 5 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 3. \end{cases}$$

Получили, что решением системы является пара чисел **(3 ; 4)**. На самом деле, после подстановки этих чисел каждое из уранений обращается в верное равенство

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 3 \cdot 3 - 5 \\ 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 4 \\ 23 = 23 \end{cases}$$

Пример 2: решим систему методом подстановки

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ x - 2y = 1{,}5. \end{cases}$$

Очевидно, что лучше выразить из второго уравнения переменную x через y, получим систему равносильную данной

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ x = 2y + 1{,}5. \end{cases}$$

Решая последнюю систему, получим:

$$\begin{cases} x = 2y + 1{,}5 \\ 2(1{,}5+2y) - 4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 1{,}5 \\ 3 + 4y - 4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1{,}5+2y \\ 0 \cdot y = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение полученной системы для любого **y** всегда справедливо. Значит решением системы являются все пары **x** и **y**, удовлетворяющие первое уравнение системы. Первое уравнение имеет бесконечное множество решений, следовательно, и данная система будет иметь бесконечное множество решений. Каждое решение полученной системы запишется так: (2a + 1,5 ; a), где **a** какое-либо число.

Пример 3: решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ x - 2y = 5\,. \end{cases}$$

Во втором уравнении x выразим через y: x = 2y + 5. Полученное значение x подставим в первое уравнение, получим систему, равносильную данной системе:

$$\begin{cases} x = 2y + 5. \\ 2(2y+5)-4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 4y+10-4y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 0 \cdot y = -7\,. \end{cases}$$ ეკანასკნელი

первое уравнение системы не имеет решения, следовательно, и система не будет иметь решения.

Подведем итог, решение системы методом подстановки состоит в следующем:

1) произведем выражение одной переменной через другую;

2) это значение переменной надо подставить в другое уравнение системы, вместо этой переменной

3) получим уравнение с одной переменной, которое очень легко решить;

4) если это уравнение с одной переменной имеет одно решение, тогда после подстановки во второе уравнение мы найдем второе неизвестное. В этом случае система будет иметь единственное решение;

5) если это уравнение с одной переменной не будет иметь решения, то и система не будет иметь решения;

6) если уравнение с одной переменной будет иметь бесконечное число решений, то и система будет иметь бесконечное число решений;

Выполнить задание

16.1 Какой вид примет одно их уравнений системы с двумя неизвестными, после решения ее методом подстановки, для того чтобы система имела бесконечное множество решений?

1) $0 \cdot x = 0$ **2)** $0 \cdot x = k$, где $k \geq 0$ **3)** $0 \cdot x = k$; $k > 0$ **4)** $0 \cdot x = k$; $k < 0$

16.2. Какой вид примет одно их уравнений системы с двумя неизвестными, после решения ее методом подстановки, для того чтобы система не имела решение?

1) $0 \cdot x = k$; $k = 0$ **2)** $0 \cdot x = k$; $k \geq 0$ **3)** $0 \cdot x = k$; $k \leq 0$ **4)** $0 \cdot x = k$; $k \neq 0$

16.3. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - y = 4 \\ 5x + y = -10 . \end{cases}$

1) $(-1;\ 3)$ **2)** $(-1;\ -5)$ **3)** $\varnothing$ **4)** $(-5;\ -1)$

16.4. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 2x + y = -1 . \end{cases}$

1) $(3;\ 3)$ **2)** $(5;\ 2)$ **3)** $(5;\ 2)$ **4)** $(-2;\ 3)$

16.5. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ 3x + 5y = 5 \end{cases}$

1) (-3; -2) 2) (3; -2) 3) (5; -2) 4) (-2; 3)

16.6. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 8x - 7y = 15 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

1) (1; -2) 2) (1; -1) 3) (5; -2) 4) (-2; 3)

16.7. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 6x - 5y = 55 \\ x - y = 10 \end{cases}$

1) (5; -5) 2) (5; -1) 3) (5; -2) 4) (-2; 3)

16.8. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - y = 4 \\ 5x + y = -10 \end{cases}$

1) (1; -5) 2) (-1; -5) 3) (5; -1) 4) (-2; 5)

16.9. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

1) (- 3; 3) 2) (-1; 3) 3) (5; -3) 4) (-3; 5)

16.10. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} y = - x + 6 \\ y = x + 2 \end{cases}$

1) (2; 4) **2)** (4; 2) **3)** (- 2; 4) **4)** (2; - 4)

16.11. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$

1) (0; 4) **2)** (4; 0) **3)** (- 4; 0) **4)** (0; - 3)

16.12. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x + y = 3 \\ y - x = 5 \end{cases}$

1) (- 1 ; 4) **2)** (4 ; 1) **3)** (- 4 ; 1) **4)** (1 ; - 4)

16.13. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x = 4y + 12 \\ 2y + x = 0 \end{cases}$

1) (- 2; - 4) **2)** (-4; -1) **3)** (4; - 2) **4)** (-1; - 4)

16.14. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 4x + y = 13 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$

1) (2,5; 3) **2)** (4, 5; -1) **3)** (- 2,5; - 3 , 5) **4)** (3; 4 ,5)

16.15 Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} 5x - y = 24 \\ 2x - 0{,}1\,y = -6\,. \end{cases}$

1) (5, 3; 3) **2)** (5, 3; 2) **3)** (5,6; 4) **4)** (3, 1; 4)

16.16. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - 2y = -24 \\ 5x + 2\,y = 72 \end{cases}$

1) (-12; - 16) **2)** (16; - 12) **3)** (12; 16) **4)** (12; - 24)

16.17. Р систему методом подстановки: $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x + 6y = -3 \end{cases}$

1) ∅ **2)** (5; 2) **3)** (6; 4) **4)** (3; 4)

16.18. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} y + 0,75x = 2 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$

1) (3 ; 3) **2)** (5 ; 2) **3)** ∅ **4)** (1 ; 2)

16.19. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x - 2y - 6 = 0 \\ 3x - y - 4 = 0 \end{cases}$

1) (0, 3; 3) **2)** (0, 3; - 2, 8) **3)** (0,6; - 4 , 2) **4)** (0, 4; - 2, 8)

16.20. Решить систему методом подстановки: $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$

1) $\left(3\,\frac{4}{7};\ 1\,\frac{5}{7}\right)$ **2)** $\left(2\,\frac{6}{7};\ 1\,\frac{5}{7}\right)$ **3)** $\left(\frac{4}{7};\ 1\,\frac{5}{7}\right)$ **4)** $\left(4\,\frac{4}{7};\ 5\,\frac{5}{7}\right)$